

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РАБОТЕ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.01 – Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Работа допущена к защите:

Заведующий кафедрой

дата

подпись

оценка

Исполнитель:

Кузовкова Анастасия Алексеевна,
обучающаяся группы МАТ-1501

подпись

Научный руководитель:

Семенова Ирина Николаевна,
канд. пед. наук, доцент

подпись

Екатеринбург 2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РАБОТЕ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ.....	6
1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И СТРУКТУРА РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ.....	6
1.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РАБОТЕ С РАЗЛИЧНЫМИ КЛАССАМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ	15
ВЫВОДЫ ПО МАТЕРИАЛАМ ГЛАВЫ 1	26
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РАБОТЕ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ.....	28
2.1. КОНСТРУКЦИИ ДЛЯ ФОРМУЛИРОВАНИЯ НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ЗАДАНИЙ К ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ЗАДАЧАМ	28
2.2. ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ РАБОТЫ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ.....	40
ВЫВОДЫ ПО МАТЕРИАЛАМ ГЛАВЫ 2	43
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	44
ЛИТЕРАТУРА	46

Введение

В современном обществе становятся востребованными специалисты, способные непрерывно учиться, нестандартно мыслить, так как на данном этапе происходит постепенный переход России от индустриального к пост-индустриальному информационному обществу, основанному на знаниях и внедрении инноваций. В этой связи перед системой образования ставится новая цель: повышение образовательного и воспитательного потенциала образовательных учреждений, обеспечение формирования важнейшей компетенции личности – умения учиться, создание благоприятных условий для личностного и познавательного развития обучающихся.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 №1897) устанавливает требования к метапредметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования, включающим освоенные обучающимися универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике.

Вопросы теории и методики формирования универсальных учебных действий (УУД) у обучающихся раскрыты в работах А.Г. Асмолова, Г.В. Бурменской, И.А. Володарской, О.А. Карабановой, Н.Г. Салминой, С.В. Молчанова, Н.М. Горленко, О.В. Запятой, В.Б. Лебединцева, Т.Ф. Ушевой и др.

Применительно к обучению геометрии вопросы, связанные с формированием различных видов универсальных учебных действий, рассматриваются в работах Л.И. Боженковой, Г.И. Саранцева и др.

Метапредметные результаты освоения образовательной программы, в том числе сформированность регулятивных универсальных учебных действий (РУУД), должны быть достигнуты при обучении любому предмету с

учетом его специфики, в частности, при обучении геометрии и при решении геометрических задач (Л.И. Боженкова, Е.Е. Алексеева, Л.В. Шкерица и др.).

Вышесказанное обуславливает актуальность темы исследования для практики образования.

Объект исследования: процесс обучения геометрии.

Предмет исследования: задания для работы с геометрическими задачами как средство формирования регулятивных УУД.

Цель исследования: разработать примеры заданий для формирования регулятивных универсальных учебных действий при работе с геометрическими задачами.

На основании поставленной цели были сформулированы **задачи исследования:**

1. Определить понятие и выделить структуру регулятивных универсальных учебных действий.
2. Провести классификацию геометрических задач школьного курса математики, выделить этапы решения задач различных классов для исследования возможности формирования регулятивных УУД.
3. Исследовать возможность формирования РУУД при работе с геометрическими задачами путём соотнесения этапов решения геометрических задач различных классов и элементов структуры регулятивных УУД.
4. Установить на каждом этапе решения задач основные конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД.
5. Сконструировать примеры заданий для формирования регулятивных УУД на различных этапах работы с геометрическими задачами.

Структура работы. Работа состоит из Введения, двух глав, Заключение, списка литературы, содержащего 41 источник.

В тексте работы 7 таблиц, 1 рисунок.

Следующие публикации способствовали выбору методологии исследования:

1. Мамалыга Р.Ф., Алексеева С.К., Кузовкова А.А. Сочетание индивидуального подхода и групповых форм работы при формировании инженерного мышления у младших школьников в рамках внеурочной деятельности // Роль и место инженерных знаний в структуре общего образования. – СПб: Лингвистический центр «Тайкун», 2017. – С. 311-315.

2. Аликина Ю.Д., Кузовкова А.А., Мамалыга Р.Ф., Бодряков В.Ю. Формирование интереса к математике у обучающихся в классах гуманитарно-эстетической направленности // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2017. – С. 130-135.

3. Кузовкова А.А., Мамалыга Р.Ф., Бодряков В.Ю. Формирование познавательного интереса к математике у обучающихся в классах гуманитарно-эстетической направленности // Математика в школе. – 2018.– № 2. – С. 35-42.

Глава 1. Теоретические основы формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с геометрическими задачами школьного курса математики

1.1. Определение и структура регулятивных универсальных учебных действий

Происходящие в современном обществе перемены требуют ускоренного совершенствования образовательной системы, определения новых целей образования, учитывающих государственные, социальные и личностные потребности и интересы. Новые образовательные стандарты устанавливают требования не только к предметным, но и к метапредметным, личностным результатам обучения, таким образом, целью образования становится развитие личности обучающегося, формирование умения учиться и способности использовать эти умения на протяжении всей жизни. Развитие личности в системе образования обеспечивается прежде всего через формирование универсальных учебных действий [39]. Универсальные учебные действия, составляя инвариантную основу образовательного и воспитательного процесса, создают возможность самостоятельного успешного усвоения учащимися новых знаний и умений [3].

В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает умение учиться, то есть способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта [36]. В более узком (собственно психологическом) значении термин «универсальные учебные действия» можно определить как совокупность способов действия учащегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [39].

В системе УУД выделены регулятивные универсальные учебные действия, обеспечивающие организацию учащимся своей учебной деятельности.

Вслед за идеологами новых образовательных стандартов определим регулятивные универсальные умения как способность справляться с жизненными задачами; планировать цели и пути их достижения и устанавливать приоритеты; контролировать своё время и управлять им; решать задачи; принимать решения и вести переговоры [38].

Значимость этой группы универсальных учебных действий определяется необходимостью создания условий для успешного существования человека в современном обществе, который должен уметь ставить себе конкретную цель, планировать свою жизнь, прогнозировать возможные ситуации [29].

Для целенаправленного формирования РУУД необходимо конкретизировать состав этих действий.

Коллективом авторов под руководством А.Г. Асмолова [38] в блоке РУУД выделены следующие действия, обеспечивающие организацию учебной деятельности:

- целеполагание;
- планирование;
- составление плана и последовательности действий;
- прогнозирование;
- контроль;
- коррекция;
- оценка;
- элементы волевой саморегуляции.

Н.М. Горленко и др. [9] выделяют регулятивные универсальные учебные действия, формируемые:

- на ступени основного общего образования (5-9 класс):
 - соотносить и сравнивать приобретённые умения с имевшимися ранее;

- прогнозировать перспективы своего развития;
- возвращаться назад и оценивать правильность выбранного плана;
- осуществлять пошаговую организацию деятельности;
- определять и анализировать причины своего поведения;
- оценивать собственную позицию;
- анализировать прожитые ситуации;
- на ступени среднего общего образования (10-11 класс):
 - представить себя на месте другого;
 - определять причины действий другого субъекта в процессе взаимодействия;
 - учитывать действия других в своих поведенческих стратегиях;
 - прогнозировать последующий ход действий;
 - самоопределяться в рабочей группе;
 - следовать задаче, поставленной в группе;
 - принимать ответственность за происходящее в группе;
 - определять основания деятельности.

В блок регулятивных УУД, по мнению Д.А. Махотина [19], включены все компоненты структуры деятельности:

- целеполагание;
- планирование;
- составление последовательности действий;
- прогнозирование;
- программирование;
- контроль и самоконтроль;
- оценка и самооценка;
- коррекция;
- механизмы волевой саморегуляции, мобилизация сил и ресурсов.

А.В. Карпов [22] связывает регулятивные процессы с определёнными этапами организации деятельности. Их совокупность образует целостный

цикл организации деятельности – от формирования цели до коррекции полученных результатов:

- целеобразование;
- прогнозирование;
- процесс принятия решения;
- планирование;
- самоконтроль;
- оценка результатов;
- коррекция результатов.

И.Н. Семенова и М.А. Шехирева [29] при исследовании структуры регулятивных УУД особое внимание обращают на следующие компоненты: «возвращение назад» и оценивание правильности выбранного плана, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее – и объединяют их в особый «дополнительный» блок. Авторы отмечают, что процесс обучения математике имеет определенную специфику, связанную с тем, что большинство математических задач обладают вариативностью решения (не только в способах, но и в методах). В соответствии с этими вариантами предоставляется возможность для формирования умения осуществлять выбор наиболее эффективного, удобного для каждого отдельного обучающегося способа решения.

Соотнесение указанных результатов по выделению состава РУУД представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Состав регулятивных универсальных учебных действий

№ п/п	А.Г. Асмолов и др. [38]	Н.М. Горленко и др. [9]	Д.А. Махо- тин [19]	А.В. Карпов [22]
1	2	3	4	5
1	Целеполагание – постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимся, и того, что ещё неизвестно		Целеполагание	Целеобразование – процесс формирования цели деятельности (идеальной формы представления результата деятельности, того, что должно быть получено в итоге) и ее конкретизации на подцели отдельных действий
2	Планирование – определение последовательности промежуточных целей с учётом конечного результата	Определять основания деятельности	Планирование	Планирование – определение наиболее эффективных способов организации работы, достижения целей, возможных вариантов решения потенциальных проблем (включает планирование по содержанию и планирование по времени)
3	Составление плана и последовательности действий	Осуществлять пошаговую организацию деятельности	Составление последовательности действий	
4	Прогнозирование – предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик	Прогнозировать перспективы своего развития. Прогнозировать последующий ход действий	Прогнозирование	Прогнозирование – отражение в сознании того, чего еще реально нет, но что с большой вероятностью должно произойти, учет возможных событий и, как следствие, значительное уменьшение неопределенности среды

Продолжение таблицы 1.**Состав регулятивных универсальных учебных действий**

1	2	3	4	5
5				Процесс принятия решения – распознавание исходной неопределенности, формулировка задачи выбора, генерация альтернатив, селекция альтернатив, формулировка критериев, выбор альтернатив, коррекция выбора
6			Программирование	
7	Контроль – сличения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона	Соотносить и сравнивать приобретённые умения с имевшимися ранее. Возвращаться назад и оценивать правильность выбранного плана	Контроль и самоконтроль	Самоконтроль – контроль промежуточных и конечных результатов деятельности, а также самого ее хода
8	Коррекция – внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона с реальным действием и его продуктом		Коррекция	Коррекция результатов – доведение реального результата до идеальной цели или до приемлемого приближения к ней
9	Оценка – выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что ещё подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения	Анализировать прожитые ситуации. Определять и анализировать причины своего поведения. Оценивать собственную позицию	Оценка и самооценка	Оценка результатов – получение информации о результате деятельности, сопоставление информации с идеальной целью, определение, насколько реальный результат соответствует цели

Продолжение таблицы 1.

Состав регулятивных универсальных учебных действий

1	2	3	4	5
10	Элементы волевой саморегуляции – способность к мобилизации сил и энергии, волевому усилию – к выбору в ситуации мотивационного конфликта, к преодолению препятствий		Механизмы волевой саморегуляции, мобилизация сил и ресурсов	
11		Представить себя на месте другого. Определять причины действий другого субъекта в процессе взаимодействия. Учитывать действия других в своих поведенческих стратегиях. Самоопределяться в рабочей группе. Следовать задаче, поставленной в группе. Принимать ответственность за происходящее в группе		

В результате обобщения на основе логики построения процесса обучения в работе для исследования предмета выделен следующий состав регулятивных универсальных учебных действий:

1. Целеполагание.
2. Прогнозирование.
3. Планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий.
4. Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана.

5. Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее.

6. Коррекция.

7. Оценка и самооценка.

8. Элементы волевой саморегуляции.

Следует отметить, что каждое регулятивное умение имеет сложный состав.

Так, Т.В. Снегирева и О.И. Блиднецова [33] выделяют содержательные характеристики целеполагания как процесса от возникновения цели до её реализации, характеризуют компоненты способности к целеполаганию. Т.В. Фёдорова [37], изучая взаимосвязь прогнозирования и воображения, разделяет процесс выполнения операции прогнозирования на четыре этапа. Л.Е. Дичинской [13] уточнён операционный состав действия контроля, предложенный А.И. Раевым [24], с позиции организации учебной деятельности.

В таблице 2 приведены примеры разложения регулятивных действий планирования, прогнозирования и контроля на пооперационный состав.

Таблица 2.

Пооперационный состав регулятивных универсальных учебных действий

№ п/п	Регулятивное универсальное учебное действие	Пооперационный состав регулятивного действия
1	2	3
1	Целеполагание	1) осмысление текущей ситуации; 2) предвосхищение будущего результата; 3) восприятие расхождения между актуальной ситуацией и желаемым результатом; 4) предварительная постановка цели; 5) оценка возможности достижения цели; 6) окончательная постановка цели; 7) принятие цели (т.е. превращение внешнего требования во внутреннее); 8) выделение промежуточных целей (при необходимости).

Продолжение таблицы 2.**Пооперационный состав регулятивных универсальных учебных действий**

1	2	3
2	Прогнозирование	1) анализ задачной ситуации; 2) сопоставление с личным опытом; 3) синтез полученных на основе анализа данных (установление причинно-следственных связей); 4) формулировка гипотезы.
3	Контроль и самоконтроль	1) формулировка цели контроля; 2) определение основных линий, по которым возможен и целесообразен контроль; 3) определение показателей по каждой из намеченных линий, которые могут быть использованы в процессе выполнения действий и которые окажутся пригодными для проверки результатов; 4) фактическая оценка выполняемого или выполненного действия по всем линиям и на основе всех намеченных показателей; 5) оценка результатов действия с точки зрения объективных и субъективных возможностей его выполнения; 6) определение, на основе предшествующей оценки, перспектив получения более высоких результатов; 7) принятие решения о характере коррекции; 8) внесение корректив; 9) повторная фактическая оценка.

Согласно представленным материалам регулятивные универсальные учебные действия, определяемые как способность справляться с жизненными задачами, планировать цели и пути их достижения и устанавливать приоритеты, контролировать своё время и управлять им, решать задачи и принимать решения, являются новым современным результатом обучения. В качестве структуры регулятивных УУД примем следующий перечень:

- 1. Целеполагание.*
- 2. Прогнозирование.*
- 3. Планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий.*
- 4. Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана.*

5. *Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее.*

6. *Коррекция.*

7. *Оценка и самооценка.*

8. *Элементы волевой саморегуляции.*

1.2. Исследование возможности формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с различными классами геометрических задач школьного курса математики

В параграфе 1.1 представлена структура регулятивных универсальных учебных действий, которые должны формироваться в процессе обучения, в частности, при обучении математике и (см. введение) при работе с геометрическими задачами.

Как показали исследования (Л.И. Туйбаева, М.Ю. Жиганова [35], М.В. Демидова [12], Е.Е. Алексеева [1]), формирование универсальных действий может быть реализовано посредством специальных заданий. Для формулировки таких заданий проведём классификацию геометрических задач.

Предваряя классификацию, укажем, что понятие задачи используется в психолого-педагогической и методической литературе весьма широко и многозначно. А.Н. Леонтьев [17] приводит наиболее общую трактовку задачи как цели, данной в определённых условиях (в конкретной ситуации). Анализ различных определений понятия задачи показал, что наиболее распространённым в методике является понимание задачи как системы (Г.А. Балл [4], Ю.М. Колягин [15, 16, 20], Г.И. Саранцев [27] и др.). Ю.М. Колягиным была детально исследована структура и выделены основные компоненты задачи:

- начальное состояние (А) характеризует условие конкретной задачи;
- конечное состояние (В) характеризует частный результат решения задачи;

- решение задачи (R) характеризует способ преобразования условия для получения требуемого результата;
- базис решения (C) характеризует объём теоретических или практических знаний, необходимых для решения задачи.

Таким образом, автор представляет задачу как систему (A,C,R,B).

Вслед за Ю.М. Колягиным под математическими задачами будем понимать те, в которых все четыре компонента являются математическими объектами.

В дидактике и методике существует множество классификаций математических задач по различным основаниям. В таблице 3 представлены некоторые классификации, приведённые С.Н. Скарбич [31].

Таблица 3.

Классификации математических задач по различным основаниям

№ п/п	Основание классификации	Классы задач
1	Количество неизвестных компонентов	1) обучающие; 2) поисковые; 3) проблемные.
2	Характер объектов в задаче	1) практические; 2) собственно математические.
3	Отношение к теории	1) стандартные; 2) нестандартные.
4	Функции в процессе обучения	1) дидактические; 2) познавательные; 3) развивающие.
5	Тип мышления	1) алгоритмические; 2) полуалгоритмические; 3) эвристические.
6	Характер требования	1) на вычисление; 2) на построение; 3) на доказательство; 4) комбинированные.
7	Математическое содержание	1) арифметические; 2) алгебраические; 3) геометрические; 4) тригонометрические; 5) комбинаторные и др.

В соответствии с классификацией задач по математическому содержанию выделяют геометрические задачи. Таким образом, задача называется геометрической, если её начальное и конечное состояние, то есть условие задачи и результат её решения, являются геометрическими объектами.

В.А. Далингер [11], изучая классификации разных авторов, выделяет по различным основаниям классы геометрических задач, представленные в таблице 4.

Таблица 4.

Классификации геометрических задач по различным основаниям

№ п/п	Основание классификации	Классы задач	Характеристики задач класса
1	2	3	4
1	Отношение к теории	1) стандартные; 2) нестандартные.	
2	Характер объектов	1) практические; 2) математические.	
3	Характер требований	1) на вычисление; 2) на построение; 3) на доказательство; 4) комбинированные.	
4	Функции в процессе обучения	1) дидактические; 2) познавательные; 3) развивающие.	1) задачи с дидактическими функциями используются для подготовки обучающихся к введению нового материала и при его закреплении; они отрабатывают прямое применение изученной теории; 2) задачи с познавательными функциями преследуют цель отработать и углубить основное содержание курса геометрии, задают учителю уровень усвоения той или иной темы школьного курса геометрии; 3) решение задач с развивающими функциями требует определённых знаний и умений, явно не предусмотренных программой, задачи направлены на развитие мышления учащихся.

Продолжение таблицы 4.**Классификации геометрических задач по различным основаниям**

1	2	3	4
5	Сложность	1) элементарные простые; 2) элементарные составные; 3) сложные задачи первого уровня; 4) сложные задачи второго уровня.	1) элементарные простые задачи решаются в один-два шага на основании известных теорем, определений, аксиом; 2) элементарные составные задачи относительно просты по своей фабуле, для каждого класса таких задач существуют обобщённые планы их решения; 3) сложные задачи первого уровня сравнительно легко в результате переформулировки исходного требования сводятся к цепочке элементарных задач; 4) сложные задачи второго уровня относительно трудно сводятся к элементарным подзадачам.

Вслед за такими методистами, как В.А. Далингер [10, 11], Е.С. Смирнова [32] и др., в рамках данного исследования будем придерживаться классификации геометрических задач по характеру требования, впервые предложенной Ю.М. Колягиным. Выбор данной классификации обуславливается тем, что каждый класс имеет особый план и специальные методы решения входящих в него задач, таким образом, возможно выделить для каждого класса задач конструкции для формулирования заданий.

Для исследования возможности формирования регулятивных УУД при работе с геометрическими задачами будут более подробно рассмотрены характеристики и выделены этапы решения задач каждого класса.

Д. Пойа [21] трактует задачу на доказательство как задачу, для решения которой требуется установить истинность или ложность некоторого утверждения, подтвердить или опровергнуть его.

Процесс решения такой задачи – доказательство – представляет собой последовательность логических операций или шагов, начинающихся с условия и заканчивающихся требованием из формулировки задачи. Каждый шаг приводит к некоторому новому положению, полученному из соответствующим образом подобранных частей условия, уже известных фактов или ранее доказанных положений. Чтобы доказать предложение, нужно обнаружить логическое звено, связывающее его главные части – условие и заключение; чтобы опровергнуть – показать (на контрпримере), что условие не приводит к заключению.

Ю.А. Розка [25], встав на позицию Д. Пойа в трактовке понятия «геометрическая задача на доказательство», приводит следующие методы решения задач этого класса:

- восходящий анализ;
- алгебраический анализ;
- нисходящий анализ (несовершенный анализ и метод доказательства от противного);
- математическая индукция.

Рассматривая этапы решения задач на доказательство, выделенные разными исследователями, автор приходит к выводу, что все рассмотренные структуры решения задачи на доказательство соответствуют общепринятому делению процесса решения задачи на четыре этапа:

- 1) осмысление условия задачи;
- 2) составление плана решения;
- 3) осуществление плана;
- 4) изучение найденного решения.

Л.П. Шебанова [40] под геометрической задачей на вычисление понимает задачу, в которой требуется выразить неизвестные величины (отрезки, углы, площади и др.) или их отношения через известные величины, которые могут быть заданы числовыми значениями или в общем виде.

По мнению автора задачи на вычисление являются более богатыми по геометрическому содержанию по сравнению с другими классами задач, так как включают элементы построений, доказательство некоторых геометрических фактов.

При решении вычислительных задач обучающиеся пользуются навыками преобразования формул и вычислений, поэтому процесс решения таких задач сводится к:

- составлению уравнений;
- алгебраическим преобразованиям;
- арифметическим вычислениям.

Решение задачи на вычисление по аналогии с задачами на доказательство разделяют на четыре этапа:

- 1) анализ условия задачи;
- 2) поиск способа решения задачи, составление плана;
- 3) осуществление плана, оформление решения задачи;
- 4) изучение полученного решения.

В.А. Далингер [10] определяет задачу на построение как задачу, в которой требуется построить наперед заданным набором инструментов некоторую фигуру, если даны некоторые соотношения между элементами этой фигуры или дана другая фигура и указаны определённые соотношения между элементами искомой фигуры и данной.

Решением задачи на построение является любая фигура, удовлетворяющая условию задачи. Найти решение задачи значит свести её к конечному числу основных построений, то есть указать конечную последовательность основных построений, после выполнения которых искомая фигура считается построенной. Решить задачу на построение значит найти все её решения.

Выделяют три основных метода решения задач на построение:

- метод геометрических мест;

- метод геометрических преобразований;
- алгебраический метод (в основе лежит алгебраическое выражение геометрических соответствий).

Решение задач на построение, в отличие от задач на вычисление и на доказательство, имеет особую структуру. В математической и методической литературе [10, 30 и др.] наиболее распространена схема решения задачи на построение, содержащая четыре этапа. Вне зависимости от используемого метода решение задачи на построение реализуется по следующему плану:

- 1) анализ;
- 2) построение;
- 3) доказательство;
- 4) исследование.

Следует отметить, что каждый из приведённых выше этапов решения даёт лишь общее представление о содержании деятельности по решению геометрических задач каждого класса, детальные характеристики этапов раскрыты в таблице 5.

Таблица 5.

Содержание этапов решения геометрических задач

№ п/п	Класс геометрических задач	Этап решения	Содержание этапа решения
1	2	3	4
1	Задачи на доказательство	Осмысление условия задачи	1. Выделение объектов, данных в условии, и их свойств, актуальных для данной задачи. 2. Выделение объектов из требования задачи. 3. Краткая запись условия и требования задачи. 4. Построение чертежа. 5. Выделение и обозначение на чертеже данных элементов. 6. Установление связей между объектами из условия и заключения задачи, их свойствами.

Продолжение таблицы 5.**Содержание этапов решения геометрических задач**

1	2	3	4
1	Задачи на доказательство	Составление плана решения	<p>1. Работа с чертежом: отыскание фигур, в которые входят элементы из условия и требования, установление соотношений между ними.</p> <p>2. Выполнение дополнительных построений (при необходимости).</p> <p>3. Выбор используемой для решения теории (определений, теорем, аксиом).</p> <p>4. Работа с определениями понятий, свойствами геометрических фигур.</p> <p>5. Поиск связей между утверждениями условия и утверждением заключения путём нисходящего, восходящего или комбинированного анализа либо предположение противоположного к условию.</p> <p>6. Выбор из найденных вариантов решения наиболее эффективного, составление общего плана решения задачи.</p>
		Осуществление плана	Пошаговая запись умозаключений с обоснованиями, приводящих от условия к заключению.
		Изучение найденного решения	<p>1. Изучение решения с целью контроля логики и последовательности, обоснованности приведённых умозаключений.</p> <p>2. Поиск других способов решения.</p> <p>3. Выяснение вопроса о том, при каких условиях справедливо доказанное утверждение.</p>
2	Задачи на вычисление	Анализ условия задачи	<p>1. Выделение основной фигуры, которая рассматривается в задаче.</p> <p>2. Работа с содержанием геометрических понятий, входящих в условие задачи.</p> <p>3. Построение чертежа, удовлетворяющего следующим условиям:</p> <ul style="list-style-type: none"> – максимально возможное соответствие условию; – наглядность, оптимальные размеры; – рассмотрение геометрических фигур общего вида, а не частные случаи. <p>4. Выделение и обозначение на чертеже данных и искомых элементов.</p> <p>5. Указание данных величин, не загромождающее чертёж (при необходимости).</p>

Продолжение таблицы 5.**Содержание этапов решения геометрических задач**

1	2	3	4
2	Задачи на вычисление	Поиск способа решения задачи, составление плана	<ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с чертежом: отыскание фигур, в которые входят искомые и данные элементы, установление соотношений между ними. 2. Выполнение дополнительных построений (при необходимости). 3. Выбор используемой для решения теории (определений, теорем, аксиом). 4. Работа с определениями понятий, свойствами геометрических фигур. 5. Поиск связей между данными и искомыми элементами, возможности выразить эти связи в виде формулы, уравнения, отношения. 6. Выбор из найденных вариантов решения наиболее эффективного, составление общего плана решения задачи.
		Осуществление плана, оформление решения задачи	<ol style="list-style-type: none"> 1. Пошаговая запись решения с обоснованиями. 2. Решение задачи в общем виде. 3. Подстановка числовых данных в заключительную формулу или уравнение. 4. Оформление ответа на вопрос задачи.
		Изучение полученного решения	<ol style="list-style-type: none"> 1. Оценка полученного ответа на достоверность. 2. Проверка решения (при необходимости).
3	Задачи на построение	Анализ	<ol style="list-style-type: none"> 1. Предположение, что задача решена. 2. Выполнение от руки чертежа-наброска (в наиболее общем виде), в котором искомая и данные фигуры изображаются таким образом, что они находятся в отношениях, указанных в условиях задачи. 3. Выделение на вспомогательном чертеже данных и искомых элементов. 4. Установление соотношений между искомыми и заданными элементами фигуры. 5. Поиск теорем, ранее решённых задач, в которых встречаются зависимости между элементами, сходные с указанными в условии. 6. Введение в чертёж-набросок дополнительных фигур: вспомогательные построения, выполнение геометрического преобразования (при необходимости). 7. Составление последовательности основных и элементарных построений.

Продолжение таблицы 5.**Содержание этапов решения геометрических задач**

1	2	3	4
3	Задачи на построение	Построение	1. Реализация составленного на этапе анализа плана решения – последовательности основных и элементарных построений. 2. Графическое оформление каждого шага с помощью указанного набора инструментов. 3. Последовательная запись выполненных построений.
		Доказательство	Установление факта, что построенная фигура удовлетворяет всем поставленным в условии задачи требованиям (со ссылками на аксиомы, теоремы, следствия из них, свойства геометрических фигур, определения геометрических понятий).
		Исследование	1. Определение, в каких случаях задача имеет решение: установление выполнимости каждого шага построения, определение условий, при которых задача может быть решена. 2. Определение, какое число решений задача может иметь в зависимости от заданных условий.

Для исследования возможности формирования регулятивных универсальных учебных действий при работе с геометрическими задачами проведено соотнесение (рис.1) выделенных этапов решения задач различных классов и элементов структуры РУУД, представленных в параграфе 1.1.

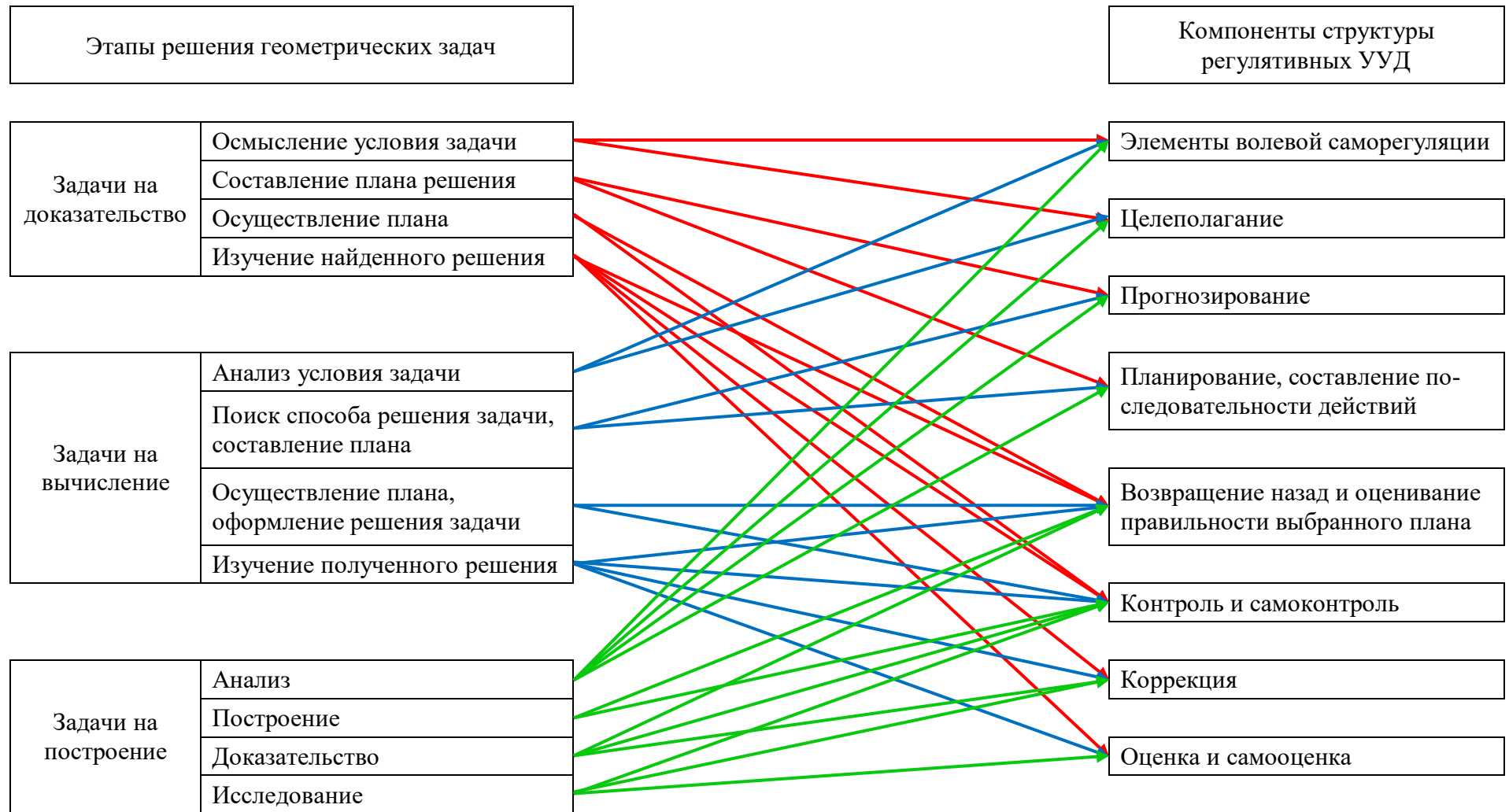


Рис. 1. Соотнесение этапов решения геометрических задач различных классов и элементов структуры РУУД

Полученные путём соотнесения этапов решения геометрических задач различных классов и компонентов структуры РУУД элементы взаимосвязи на схеме (рис. 1) позволяют заключить, что регулятивные универсальные учебные действия могут быть сформированы у обучающихся при работе с геометрическими задачами.

На основании представленных материалов можно сделать вывод, что среди геометрических задач по характеру требования выделяют классы задач на доказательство, вычисление и построение. Формирование компонентов структуры регулятивных УУД у обучающихся возможно на всех этапах решения задач различных классов. При этом должны быть учтены связи между выделенными этапами решения и регулятивными умениями (рис. 1).

Выводы по материалам главы 1

1. Регулятивные универсальные учебные действия, определяемые как способность справляться с жизненными задачами, планировать цели и пути их достижения и устанавливать приоритеты, контролировать своё время и управлять им, решать задачи и принимать решения, являются новым современным результатом обучения.

2. В качестве структуры регулятивных УУД примем следующий перечень:

- 1) целеполагание;
- 2) прогнозирование;
- 3) планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий;
- 4) возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана;
- 5) контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее;
- 6) коррекция;

- 7) оценка и самооценка;
- 8) элементы волевой саморегуляции.

3. Геометрические задачи, представляющие собой задачи, условие и результат решения которых являются геометрическими объектами, классифицируют по характеру требования на задачи на доказательство, вычисление и построение. Такие задачи могут быть использованы для формирования у обучающихся регулятивных УУД с учётом связей (рис. 1) между этапами решения и элементами структуры регулятивных умений.

Глава 2. Методика конструирования заданий для формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с геометрическими задачами

2.1. Конструкции для формулирования направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий заданий к геометрическим задачам

В главе 1 теоретически обоснована возможность формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с геометрическими задачами.

Формирование универсальных действий может быть реализовано посредством формулировки специальных заданий на различных этапах решения задачи.

В рамках данного исследования будут рассмотрены действия целеполагания, планирования, прогнозирования, оценивания правильности выбранного плана, контроля, коррекции и оценки.

Так, на этапе анализа и осмысления условия задачи любого класса обучающийся должен определить цель, ожидаемый результат деятельности и действия, которые необходимо выполнить для получения результата [18]. Для формирования действия целеполагания могут быть использованы задания на выделение требования задачи, определение предполагаемого результата решения, выделение промежуточных целей [5, 23].

Прогнозирование в процессе решения задач осуществляется путём выявления объективной учебной информации, необходимой для решения задачи, соотнесения необходимых знаний и умений с имеющимися [7]. Целесообразно формулировать для обучающихся задания, направленные на выбор из имеющихся знаний тех теоретических положений, которые помогут ответить на вопрос задачи [34].

На этапе составления плана решения обучающиеся выявляют необходимые действия, последовательность их выполнения и составляют план выполнения действий [2, 41]. В соответствии с этим для формирования и развития у обучающихся умения планировать учебную деятельность по времени и по содержанию могут быть сформулированы задания на составление плана действия из данных пунктов, самостоятельное выделение действий, которые необходимо выполнить, и составление верной последовательности их совершения, на определение необходимого для реализации каждого пункта плана времени [38].

Большинство геометрических задач допускают вариативность в способах и методах решения. На этапе осуществления плана решения каждый способ может быть оценён обучающимися по следующим параметрам: затраченное на решение этим способом время, количество записей в решении, требуемые для реализации плана знания и умения и др. Далее, на этапе изучения найденных решений, целесообразно сформулировать для обучающихся задания по выбору удобного способа решения в зависимости от различных условий, например, временного ресурса, доступного места на бланке с записями, выученных теоретических положений. Таким образом, формируется умение осуществлять выбор наиболее эффективного и удобного для каждого обучающегося способа решения и проводить оценку правильности выбранного способа решения [29].

Контроль в процессе учебной деятельности включает анализ собственной учебно-познавательной деятельности, соотнесение результатов своих действий с планируемыми результатами, определение причин возникновения ошибок. На формирование умения осуществлять контроль деятельности по решению задач направлены задания по сравнению хода решения с эталоном, полученного результата с поставленной целью.

Формирование умения осуществлять коррекцию на этапе исследования решения задачи реализуется с помощью заданий, направленных на внесение

необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождений с эталоном, выявленных в процессе контроля.

Действие оценки и самооценки, включающее умение определять критерии для оценивания результатов учебной деятельности, систематизировать, выбирать из них наиболее значимые, аргументированно соотносить свои результаты с выделенными критериями, также может формироваться на этапе исследования найденного решения задачи [28]. С этой целью для обучающихся могут быть сформулированы задания на оценку решения по данным критериям, самостоятельное выделение критериев оценки, разработку шкалы оценивания в соответствии с этими критериями.

В рамках деятельностного подхода, теоретические основы и методические аспекты реализации в процессе обучения математике которого разработаны О.Б. Епишевой [14], выделены конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование компонентов структуры РУУД на этапах решения геометрических задач разных классов (табл. 6).

Таблица 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

№ п/п	Класс геометрических задач	Этап решения	Формируемое регулятивное действие	Конструкции для формулирования заданий
1	2	3	4	5
1	Задачи на доказательство	Осмысление условия задачи	Целеполагание	1. Выделить требования задачи ... 2. Определить цель решения задачи ... 3. Определить, какие задачи могут быть решены, если будет решена данная ... 4. Выделить промежуточные цели процесса решения ... 5. Определить, каким должен быть результат решения ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
1	Задачи на доказательство	Составление плана решения	Прогнозирование	1. Определить метод доказательства ... 2. Выделить знания и умения, необходимые для осуществления доказательства ...
			Планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий	1. Из данных пунктов составить верный план решения ... 2. Выделить и перечислить по порядку, какие действия требуется выполнить ... 3. Определить время, необходимое для реализации каждого пункта плана ...
		Осуществление плана	Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	1. Оценить каждый метод решения по следующим параметрам: затраченное время, количество записей, требуемые знания и умения ...
			Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	1. Определить соответствие хода решения составленному плану ... 2. Выделить нарушения в логике построения доказательства... 3. Выделить положения доказательства, используемые без теоретического обоснования ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
1	Задачи на доказательство	Изучение найденного решения	Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	1. Сравнить ход доказательства с эталоном ... 2. Выявить нарушения логики и последовательности, обоснованности умозаключений доказательства ... 3. Определить, при каких условиях справедливо доказанное утверждение ... 4. Сравнить полученный результат с поставленной целью ... 5. Сравнить планируемый расход времени на реализацию каждого пункта плана с фактическим ...
			Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	1. Определить степень соответствия условиям задачи выбранного плана решения ... 2. Выбрать в зависимости от различных условий наиболее удобный способ решения ...
			Коррекция	1. Устранить нарушения в логике и последовательности умозаключений доказательства ... 2. Восстановить пропущенные шаги в доказательстве ... 3. Дополнить решение необходимыми обоснованиями приведённых умозаключений ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
1	Задачи на доказательство	Изучение найденного решения	Оценка и самооценка	1. Определить соответствие решения задачи данным критериям ... 2. В соответствии с данными критериями оценить решение по данной шкале ... 3. Выделить критерии для оценки решения ... 4. В соответствии с выделенными критериями разработать шкалу для оценивания решения ... 5. Определить причины ошибок, допущенных в ходе решения ...
2	Задачи на вычисление	Анализ условия задачи	Целеполагание	1. Выделить требования задачи ... 2. Определить цель решения задачи ... 3. Определить, какие задачи могут быть решены, если будет решена данная ... 4. Выделить промежуточные цели процесса решения ... 5. Определить, каким должен быть ответ задачи ...
		Поиск способа решения задачи, составление плана	Прогнозирование	1. Определить способ решения задачи ... 2. Выделить знания и умения, необходимые для решения задачи ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
2	Задачи на вычисление	Поиск способа решения задачи, составление плана	Планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий	<p>1. Из данных пунктов составить верный план решения ...</p> <p>2. Выделить и перечислить по порядку, какие действия требуется выполнить ...</p> <p>3. Определить время, необходимое для реализации каждого пункта плана ...</p>
		Осуществление плана, оформление решения задачи	Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	<p>1. Оценить каждый способ решения по следующим параметрам: затраченное время, количество записей, требуемые знания и умения ...</p>
			Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	<p>1. Определить соответствие хода решения составленному плану ...</p> <p>2. Выделить нарушения в логике рассуждений ...</p> <p>3. Выделить положения в решении, используемые без теоретического обоснования ...</p> <p>4. Выявить ошибки в применении формул ...</p>
		Изучение полученного решения	Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	<p>1. Определить степень соответствия условиям задачи выбранного плана решения ...</p> <p>2. Выбрать в зависимости от различных условий наиболее удобный способ решения ...</p>

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
2	Задачи на вычисление	Изучение полученного решения	Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	1. Сравнить полученный результат с верным ответом ... 2. Сравнить ход решения с эталоном ... 3. Выявить нарушения логики рассуждений ... 4. Выделить положения в решении, используемые без теоретического обоснования ... 5. Выявить ошибки в применении формул ... 6. Выявить ошибки в вычислениях ... 7. Определить, при каких условиях задача имеет решение ... 8. Сравнить полученный результат с поставленной целью ... 9. Сравнить планируемый расход времени на реализацию каждого пункта плана с фактическим ...
			Коррекция	1. Устранить нарушения в логике рассуждений ... 2. Восстановить пропущенные шаги решения ... 3. Дополнить решение необходимыми теоретическими обоснованиями ... 4. Устранить ошибки в применении формул ... 5. Исправить ошибки вычислительного характера ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
2	Задачи на вычисление	Изучение полученного решения	Оценка и самооценка	1. Определить соответствие решения задачи данным критериям ... 2. В соответствии с данными критериями оценить решение по данной шкале ... 3. Выделить критерии для оценки решения ... 4. В соответствии с выделенными критериями разработать шкалу для оценивания решения ... 5. Определить причины ошибок, допущенных в ходе решения ...
3	Задачи на построение	Анализ	Целеполагание	1. Выделить требования задачи ... 2. Определить цель решения задачи ... 3. Определить, какие задачи могут быть решены, если будет решена данная ... 4. Выделить промежуточные цели процесса решения ... 5. Определить, каким должен быть результат решения задачи ...
			Прогнозирование	1. Определить метод решения задачи ... 2. Выделить знания и умения, необходимые для решения задачи ... 3. Выделить элементарные и основные построения, которые требуется выполнить в ходе решения задачи ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
3	Задачи на построение	Анализ	Планирование по времени и по содержанию, составление последовательности действий	<p>1. Из данных пунктов составить верный план построения искомой фигуры ...</p> <p>2. Из данных пунктов составить верный план решения ...</p> <p>3. Выделить и перечислить по порядку, какие элементарные и основные построения требуется выполнить для получения искомой фигуры...</p> <p>4. Выделить и перечислить по порядку, какие действия требуется выполнить ...</p> <p>5. Определить время, необходимое для реализации каждого пункта плана ...</p>
		Построение	Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	1. Оценить каждый способ решения по следующим параметрам: затраченное время, количество шагов построения, количество записей, требуемые знания и умения, выполняемые элементарные и основные построения...
			Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	<p>1. Определить соответствие хода построения составленному плану ...</p> <p>2. Выделить положения, используемые в ходе построения без теоретического обоснования ...</p>

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
3	Задачи на построение	Доказательство	Возвращение назад и оценивание правильности выбранного плана	1. Определить степень соответствия условиям задачи выбранного плана построения ... 2. Выбрать в зависимости от различных условий наиболее удобный способ решения ...
			Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	1. Определить соответствие хода построения составленному плану ... 2. Выделить нарушения в логике рассуждений ... 3. Выделить положения в решении, используемые без теоретического обоснования ... 4. Выявить ошибки в применении свойств фигур, теорем ... 5. Определить соответствие свойств построенной фигуры всем требованиям из условия задачи ...
			Коррекция	1. Устранить нарушения в логике рассуждений ... 2. Дополнить решение необходимыми теоретическими обоснованиями ... 3. В случае несоответствия свойств построенной фигуры всем требованиям из условия задачи скорректировать план построения ...

Продолжение таблицы 6.

Конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
3	Задачи на построение	Исследование	Контроль и самоконтроль, соотнесение и сравнение приобретённых умений с имевшимися ранее	1. Сравнить ход решения с эталоном ... 2. Определить, при каких условиях задача имеет решение ... 3. Установить выполнимость всех шагов построения ... 4. Определить, какое число решений задача имеет в зависимости от условий ... 5. Сравнить полученный результат с поставленной целью ... 6. Сравнить планируемый расход времени на реализацию каждого пункта плана с фактическим ...
			Коррекция	1. Устранить нарушения в логике рассуждений ... 2. Дополнить решение необходимыми теоретическими обоснованиями ... 3. Устранить ошибки в применении свойств фигур, теорем ...
			Оценка и самооценка	1. Определить соответствие решения задачи данным критериям ... 2. В соответствии с критериями оценить решение по данной шкале ... 3. Выделить критерии для оценки решения ... 4. В соответствии с выделенными критериями разработать шкалу для оценивания решения ... 5. Определить причины ошибок, допущенных в ходе решения ...

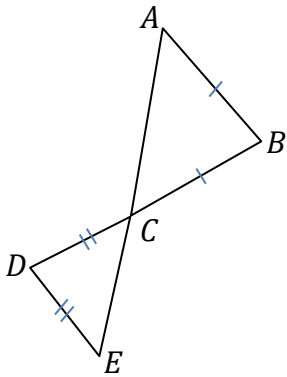
Согласно представленным материалам формирование рассматриваемых компонентов структуры регулятивных универсальных учебных действий возможно на всех этапах решения геометрических задач на доказательство, вычисление и построение посредством формулирования специальных заданий на основе приведённых конструкций (табл. 6).

2.2. Примеры заданий для формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся на различных этапах работы с геометрическими задачами

В параграфе 2.1 выделены конструкции для формулирования направленных на формирование у обучающихся регулятивных универсальных учебных действий заданий на всех этапах решения геометрических задач различных классов. Примеры таких заданий представлены в таблице 7.

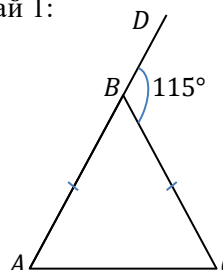
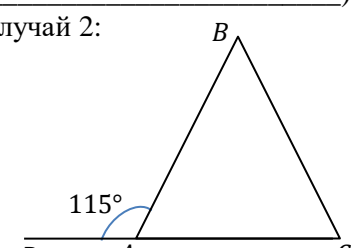
Таблица 7.

Примеры заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

№ п/п	Формулировка геометрической задачи	Этап решения	Формируемое регулятивное действие	Пример задания
1	2	3	4	5
1	<p>На рисунке $AB = BC$, $CD = DE$. Доказать, что $\angle BAC = \angle CED$.</p> 	Составление плана решения	Прогнозирование	<p>Из данного перечня выделить знания, необходимые для осуществления доказательства:</p> <ul style="list-style-type: none"> – свойство вертикальных углов; – определение смежных углов; – определение равнобедренного треугольника; – признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними; – определение тупого угла; – свойство равнобедренного треугольника.

Продолжение таблицы 7.

Примеры заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5
2	Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 115° . Найдите углы треугольника.	Изучение полученного решения	Коррекция	<p>Дополнить приведённое решение необходимыми теоретическими обоснованиями рассуждений: Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$. Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$. Решение: Рассмотрим 2 случая. Случай 1:</p>  <p>Пусть внешний угол при вершине B равен 115°. 1. $\angle ABC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (_____). 2. $\angle A + \angle C = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ (_____). 3. $\angle A = \angle C = \frac{1}{2} \cdot 115^\circ = 57,5^\circ$ (_____). Случай 2:</p>  <p>Пусть внешний угол при вершине A равен 115°. 1. $\angle BAC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (_____). 2. $\angle A = \angle C = 65^\circ$ (_____). 3. $\angle B = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$ (_____). Случай, когда угол при вершине C равен 115°, аналогичен случаю 2 (_____). Ответ: 1. $\angle A = 57,5^\circ$, $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 57,5^\circ$. 2. $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 65^\circ$.</p>

Продолжение таблицы 7.

Примеры заданий, направленных на формирование регулятивных УУД на этапах решения геометрических задач

1	2	3	4	5							
3	Построить треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и высоте, проведённой к этой стороне.	Анализ	Планирование по содержанию	Из данных пунктов составить план решения задачи: <ul style="list-style-type: none">– установление соотношений между искомыми и заданными элементами фигуры;– запись условия и требования задачи;– реализация шагов построения с последовательной записью выполненных построений;– выполнение от руки чертежа-наброска;– доказательство, что построенная фигура удовлетворяет всем требованиям задачи;– составление последовательности построений;– проведение исследования решения.							
			Планирование по времени	Определить время, необходимое для реализации каждого пункта плана решения, заполнить третий столбец таблицы: <table><tr><td>№ п/п</td><td>Пункт плана</td><td>Планируемое время</td><td>Фактическое время</td></tr><tr><td>1</td><td>...</td><td></td><td></td></tr></table>	№ п/п	Пункт плана	Планируемое время	Фактическое время	1	...	
		№ п/п	Пункт плана	Планируемое время	Фактическое время						
1	...										
Исследование	Самоконтроль	Сравнить планируемый расход времени на реализацию каждого пункта плана с фактическим, заполнив четвёртый столбец таблицы. В случае расхождения определить возможные причины (неадекватная оценка возможностей, несформированность умений выполнять действия и др.).									

Приведённые примеры заданий иллюстрируют реализацию возможности формирования у обучающихся действий прогнозирования, планирования по содержанию и по времени, самоконтроля, коррекции на разных этапах работы с геометрическими задачами различных классов.

Выводы по материалам главы 2

1. Формирование действий целеполагания, прогнозирования, планирования, выбора наиболее удобного способа действий, контроля, коррекции, оценки – компонентов структуры регулятивных универсальных учебных действий может быть реализовано на всех этапах решения геометрических задач на доказательство, вычисление и построение посредством формулирования специальных заданий на основе приведённых конструкций (табл. 6).

2. Возможность формирования компонентов структуры регулятивных УУД на разных этапах работы с геометрическими задачами различных классов проиллюстрированы в работе на примерах заданий (табл. 7).

Заключение

Сопоставление результатов работы со сформулированными задачами позволяет заключить следующее:

1. Регулятивные универсальные учебные действия, один из новых результатов обучения, определены вслед за идеологами Стандарта как способность справляться с жизненными задачами, планировать цели и пути их достижения, контролировать своё время и управлять. На основе обобщения приведённых разными авторами перечней регулятивных умений выделена структура регулятивных УУД, компонентами которой являются действия целеполагания, прогнозирования, планирования, контроля, коррекции, оценки и элементы волевой саморегуляции.

2. Для исследования возможности формирования регулятивных УУД при работе с геометрическими задачами определено понятие, проведена классификация геометрических задач по различным основаниям. В рамках данного исследования геометрические задачи разделены на задачи на доказательство, вычисление и построение по характеру требования. Выбор классификации обусловлен возможностью выделить особую структуру решения задач каждого класса. Для геометрических задач на доказательство, вычисление и построение выделены этапы решения и их характеристики.

3. Путём соотнесения выделенных этапов решения геометрических задач различных классов и элементов структуры регулятивных УУД на основании рассмотренных характеристик доказана возможность формирования регулятивных умений при работе с геометрическими задачами.

4. Для иллюстрации реализации этой возможности на каждом этапе решения геометрических задач выделены основные конструкции для формулирования заданий, направленных на формирование регулятивных УУД.

5. Сконструированы примеры заданий для формирования компонентов структуры регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся

на различных этапах работы с геометрическими задачами на доказательство, вычисление, построение.

Таким образом, следует считать, что задачи исследования полностью выполнены, цель достигнута.

Литература

1. Алексеева Е.Е. Планирование учителем формирования универсальных учебных действий при обучении составлению и решению задач в курсе геометрии // Современные проблемы науки и образования. – 2017. – № 6. – С. 191.
2. Алексеева Е.Е. Регулятивные универсальные учебные действия в обучении составлению геометрических задач // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России. – Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2017. – С. 21-25.
3. Асмолов А.Г. и др. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе // Национальный психологический журнал. – 2011. – №1(5). – С. 104-110.
4. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. – № 6. – С. 75–85.
5. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 208 с.
6. Боженкова Л.И., Алексеева Е.Е. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии // Наука и школа. – 2013. – № 5. – С. 103-107.
7. Боженкова Л.И., Беребердина С.П. Формирование саморегуляции при обучении математике учащихся общеобразовательной школы // Преподаватель XXI век. – 2010. – № 2. – С. 86-96.
8. Геометрия. 7-9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2014. – 383 с.

9. Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий и условия их формирования // Народное образование. – 2012. – № 4. – С. 153-160.
10. Далингер В.А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учеб. пособие для СПО. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 155 с.
11. Далингер В.А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учеб. пособие для академического бакалавриата. – М. : Издательство Юрайт, 2019. – 370 с.
12. Демидова М.В. Модель формирования ключевых универсальных учебных действий обучающихся 5-7 классов на уроках математики // Вестник Марийского государственного университета. – 2018. – № 3. – С. 26-32.
13. Дичинская Л.Е. Особенности самоконтроля младших школьников как универсального учебного действия // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2011. – № 2(4). – С. 796-800.
14. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Книга для учителя. – М. : Просвещение, 2003. – 222 с.
15. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть I : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 110 с.
16. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть II : Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М. : Просвещение, 1977. – 144 с.
17. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М. : Смысл, Академия, 2005. – 304 с.
18. Лучко Л.Г., Таслицкая Е.М. Организация деятельности педагогов при формировании у учащихся умений целеполагания в соответствии с требованиями ФГОС // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2013. – № 2(12). – С. 94-100.

19. Махотин Д.А. Методические основы формирования УДД // Педагогическая мастерская. Всё для учителя. – 2014. – № 4. – С. 4-8.
20. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика : учеб. пособие / Ю. М. Колягин и др. – Чебоксары : Чувашский гос. ун-т им. И.Н. Ульянова, 2009. – 732 с.
21. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. М. : Наука. Физматлит, 1970. – 456 с.
22. Психология менеджмента: учеб. пособие. / под ред. А.В. Карпова. – М. : Гардарики, 2005. – 584 с.
23. Пчелинцева А.А., Зырянова Н.А. Вопросы организации учебно-познавательной деятельности обучающихся для формирования умений саморегуляции при работе с математическим материалом // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2017. – № 2. – С. 241-244.
24. Раев А.И. Психологические основы управления умственной деятельностью учащихся в процессе обучения: методическое пособие по спецкурсу. – Л. : ЛГПИ им. Герцена, 1971. – С. 43.
25. Розка Ю.А. Формирование приёмов аналитико-синтетического поиска решения задач на доказательство в курсе стереометрии 9 класса средней школы: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 1983. – 177 с.
26. Саранцев Г.И. Развитие задачи как средство формирования универсальных учебных действий // Актуальные проблемы обучения физико-математическим и естественнонаучным дисциплинам в школе и вузе. – Пенза: Пензенский гос. ун-т, 2015. – С. 13-17.
27. Саранцев Г.И. Составление геометрических задач на заданных чертежах // Математика в школе. – 1993. – № 6. – С. 14-16.
28. Сафина Е.А. Анализ учебников по геометрии на наличие заданий по формированию регулятивных УУД // XXVIII Ершовские чтения. – Тюмень: Издательство ИПИ им. П.П. Ершова ТюмГУ, 2018. – С. 31-32.

29. Семенова И.Н., Шехирева М.А. Структурирование регулятивных универсальных учебных действий для моделирования учебного процесса, направленного на их развитие // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2015. – С. 29-34.
30. Сефибеков С.Р. О задачах на построение // Математика. Всё для учителя. – 2014. – № 11(47). – С. 2-10.
31. Скарбич С.Н. Формирование исследовательских компетенций учащихся в процессе обучения решению планиметрических задач : учеб. пособие. – М. : ФЛИНТА, 2011. – 194 с.
32. Смирнова Е.С. Планиметрия: виды задач и методы их решений: Элективный курс для учащихся 9-11 классов. – М. : МЦНМО, 2016. – 416 с.
33. Снегирева Т.В., Блинецова О.И. Возрастной аспект формирования способности к целеполаганию в контексте компетентностного подхода // Вестник Нижневартковского государственного университета. – 2015. – № 2.
34. Тимощук М.Е. Обучение общим подходам к решению задач по первым разделам систематического курса стереометрии // Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета. – 2012. – № 2(22). – С. 194-215.
35. Туйбаева Л.И., Жиганова М.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий младших школьников // Проблемы педагогики. – 2015. – № 2. – С. 20-22.
36. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: <https://fgos.ru> (дата обращения 13.03.2019).
37. Федорова Т.В. Взаимосвязь прогнозирования и воображения // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2016. – № 3(16). – С. 187-190.

38. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др.; под ред. А.Г. Асмолова. – М. : Просвещение. – 2010. – 159 с.
39. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 2011. – 79 с.
40. Шебанова Л.П. Формирование у учащихся основной школы умения решать геометрические задачи // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 4. – С. 219.
41. Шкерина Л.В., Кейв М.А., Журавлева Н.А., Берсенева О.В. Методика диагностики универсальных учебных действий учащихся при обучении математике // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2017. – № 3(41). – С. 17-29.